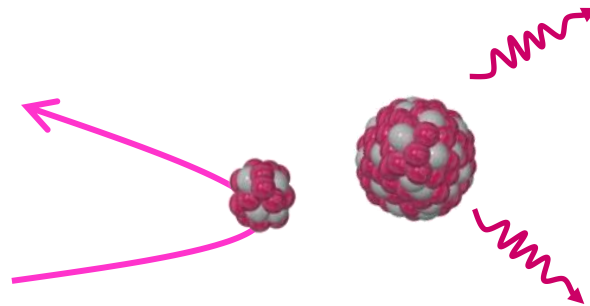


Wzbudzenia kulombowskie – narzędzie do badania struktury jąder atomowych



Kwadrupolowe deformacje jąder atomowych wyznaczone w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich

→ **metoda:** *nieważone energetycznie kwadrupolowych reguł sum*

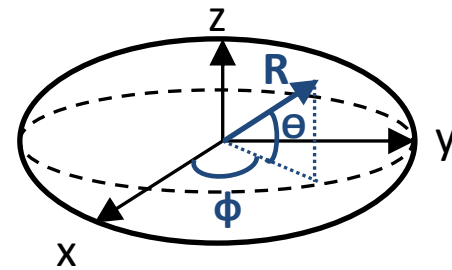
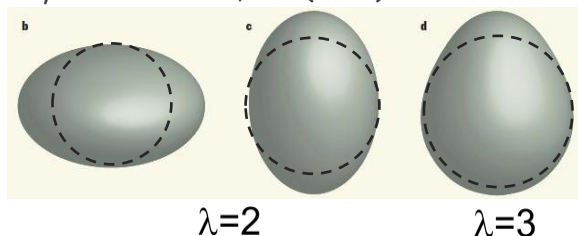
→ przykłady

Opis kształtu jąder atomowych

równanie powierzchni jądrowej:

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} a_{\lambda,\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right]$$

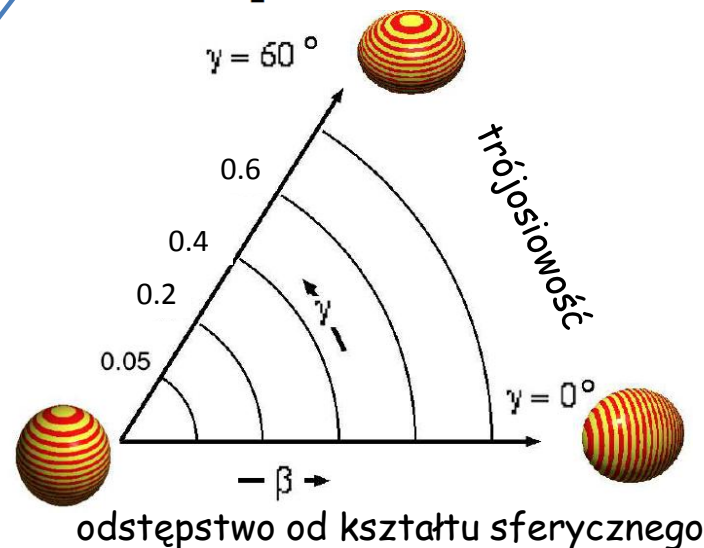
Rys.: Nature 497, 190 (2013)



$$a_{2,0} = \beta \cos \gamma \quad a_{2,2} = a_{2,-2} = \frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}}$$

$$a_{2,1} = a_{2,-1} = 0$$

$$\beta \geq 0, \gamma \in \langle 0^\circ, 60^\circ \rangle$$



Rys.: M. Zielińska, praca doktorska, UW 2005

Parametry deformacji kwadrupolowej jądra można wyrazić przez **zredukowane elementy macierzowe przejść E2** wyznaczanych w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich. Kształt jądra może być określony **w każdym stanie** niezależnie.

$$Q \leftrightarrow \beta$$

$$\delta \leftrightarrow \gamma$$

Metoda kwadrupolowych reguł sum:

K. Kumar, Phys. Rev. Lett. 28, 249 (1972)

D. Cline, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 36, 683 (1986)

Metoda nieważonych energetycznie kwadrupolowych reguł sum - idea rachunku

- Pozwala na wyrażenie **kształtu** jądra, określonego w **układzie wewnętrznym**, przez wielkości mierzone w **układzie laboratoryjnym**.
- Operator elektryczny przejścia kwadrupolowego jest **tensorem sferycznym** rzędu drugiego.
- Możliwe jest takie złożenie operatorów przejść E2, które w efekcie tworzy **tensor rzędu zerowego**, np.:

$$[E2 \times E2]^0 \quad \{[E2 \times E2]^2 \times E2\}^0$$

- Takie złożenia operatorów E2 są **skalarami** → wielkościami niezależnymi od układu odniesienia (niezmienniczy względem transformacji między układami).
- Otrzymany tak niezmiennik można wyrazić przez:

←
elementy macierzowe przejść E2 (LAB)

↘
parametry kształtu jądra określone w jego układzie wewnętrznym.

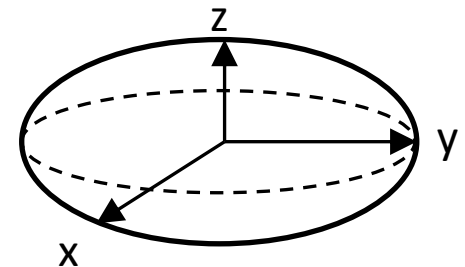
Metoda kwadрупolowych reguł sum - parametry deformacji Q i δ

- W układzie związanym z osiami głównymi jądra atomowego **współczynniki rozwinięcia na harmoniki sferyczne operatora przejścia $E2$** można wyrazić:

$$E(2, 0) = Q \cos \delta,$$

$$E(2, 1) = E(2, -1) = 0,$$

$$E(2, 2) = E(2, -2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Q \sin \delta$$



miara całkowitej deformacji

miara odstępstwa od kształtu
osiowosymetrycznego

- Zazwyczaj kształty jąder atomowych opisywane są przez parametry Bohra β i γ związane z **rozkładem masy** w jądrze atomowym.
- Parametry Q i δ są analogami tych wielkości, ale opisują **rozkład ładunku** w jądrze.

Metoda kwadрупolowych reguł sum - złożenie operatorów E2

- Korzystając z powyższej parametryzacji można policzyć wartości złożenia operatorów E2 tworzących tensor zerowego rzędu:

$$[E2 \times E2]^0 = \frac{Q^2}{\sqrt{5}} \quad \{[E2 \times E2]^2 \times E2\}^0 = \sqrt{\frac{2}{35}} Q^3 \cos 3\delta$$

- Z drugiej strony, korzystając z twierdzenia o rozkładzie na stany pośrednie, można wyrazić **element macierzowy złożenia operatorów E2** poprzez **zredukowane elementy macierzowe przejść E2**:

$$\langle f || [E2 \times E2]^J || i \rangle = \frac{(-1)^{I_i + I_f}}{\sqrt{(2I_f + 1)}} \sum_t \langle f || E2 || t \rangle \langle t || E2 || i \rangle \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ I_f & I_i & I_t \end{matrix} \right\}$$

↓
współczynnikiem 6-j Wignera

Metoda kwadrupolowych reguł sum

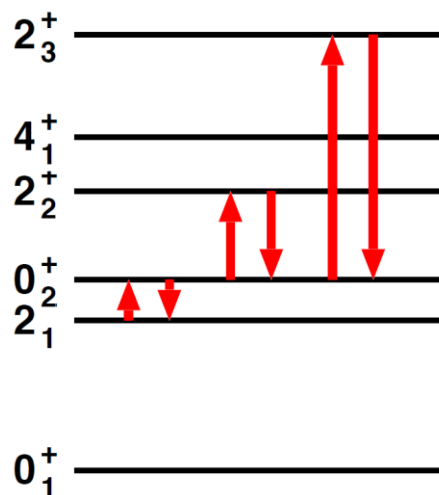
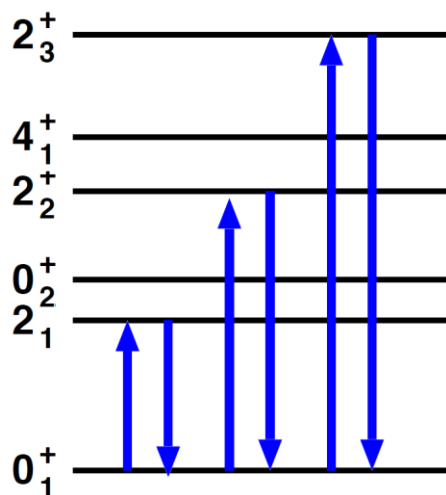
- wyznaczenie całkowitej deformacji kwadrupolowej jądra
w danym stanie wzbudzonym



- W przypadki złożań najniższych rzędów:

$$\frac{\langle Q^2 \rangle}{\sqrt{5}} = \langle i | [E2 \times E2]^0 | i \rangle = \frac{1}{\sqrt{(2I_i + 1)}} \sum_t \langle i || E2 || t \rangle \langle t || E2 || i \rangle \begin{Bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ I_i & I_i & I_t \end{Bmatrix}$$

Przykład: wyznaczenie całkowitej deformacji kwadrupolowej $\langle Q^2 \rangle$ dla stanów 0^+ :

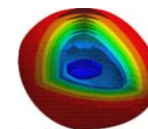


$$\langle Q^2 \rangle \sim \beta$$

$$\sim B(E2; 0^+_{1/2} \rightarrow 2^+_{1,2,3})$$

Metoda kwadrupolowych reguł sum

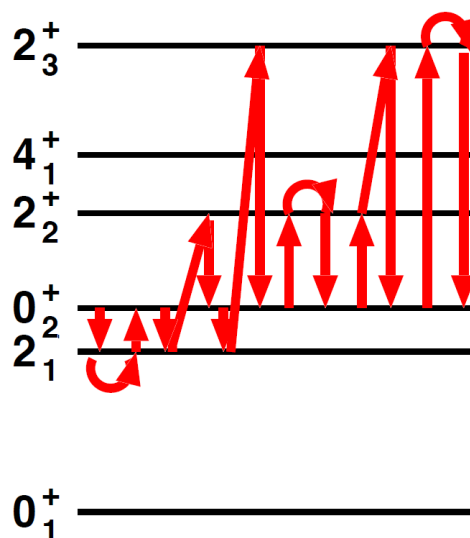
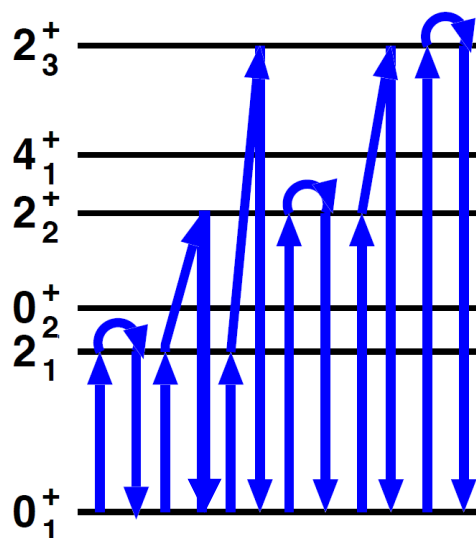
- wyznaczenie trójosiowości jądra
w danym stanie wzbudzonym



$$\sqrt{\frac{2}{35}} \langle Q^3 \cos 3\delta \rangle = \langle i | \{ [E2 \times E2]^2 \times E2 \}^0 | i \rangle$$

$$= \frac{\mp 1}{(2I_i + 1)} \sum_{t,u} \langle i || E2 || u \rangle \langle u || E2 || t \rangle \langle t || E2 || i \rangle \begin{Bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ I_i & I_t & I_u \end{Bmatrix}$$

Przykład: wyznaczenie parametru asymetrii $\langle \cos 3\delta \rangle$ dla stanów 0^+ :



$$\langle \cos 3\delta \rangle \sim \gamma$$

$$\sim \frac{M(E2; 0^+ \rightarrow 2_j^+)}{M(E2; 2_i^+ \rightarrow 2_j^+) Q_{sp}(2_j^+)}$$

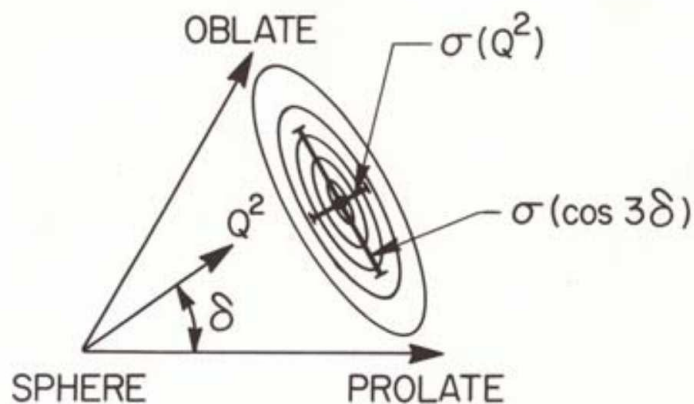
względne znaki ME2

Metoda kwadрупolowych reguł sum

- wyznaczenie „miękości” parametrów Q i δ

Możliwe jest konstruowanie **niezmienników wyższego rzędu** ze złożień większej liczby operatorów $E2$.

Np.: złożenie czterech operatorów $E2$ do tensora zerowego rzędu może przebiegać na trzy sposoby różniące się rzędem tensora pośredniego $J = 0, 2, 4$:



$$\{[E2 \times E2]^0 \times [E2 \times E2]^0\}^0 = \frac{1}{5} Q^4$$

$$\{[E2 \times E2]^2 \times [E2 \times E2]^2\}^0 = \frac{1}{7\sqrt{5}} Q^4$$

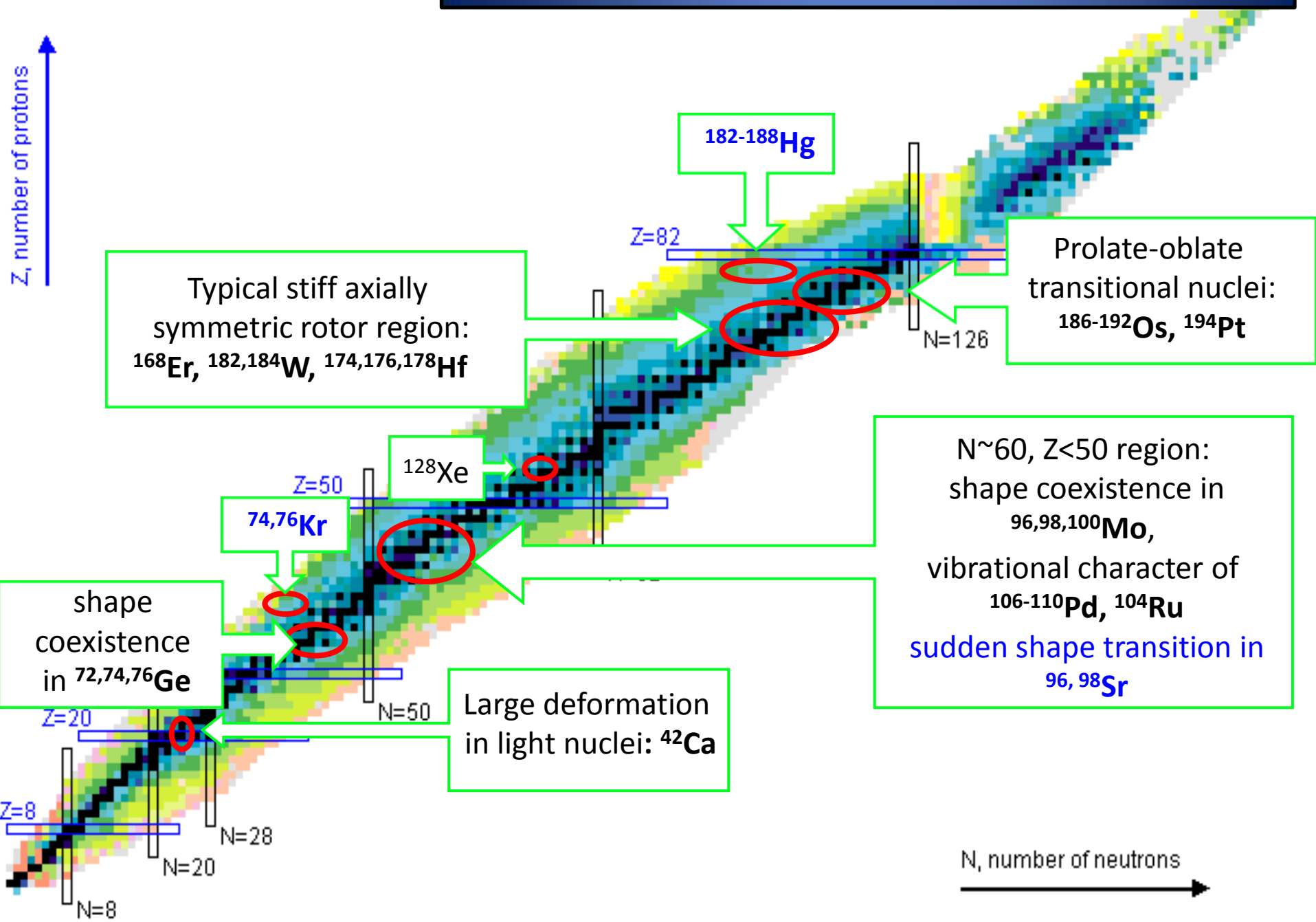
$$\{[E2 \times E2]^4 \times [E2 \times E2]^4\}^0 = \frac{6}{35} Q^4$$

$$\sigma(Q^2) = \sqrt{\langle Q^4 \rangle - \langle Q^2 \rangle^2}$$

$$\sigma(\cos 3\delta) = \sqrt{\frac{\langle Q^6 \cos^2 3\delta \rangle}{\langle Q^6 \rangle} - \frac{\langle Q^3 \cos 3\delta \rangle}{\langle Q^3 \rangle}}$$

$$\begin{aligned} \langle i | \{ [E2 \times E2]^J \times [E2 \times E2]^J \}^0 | i \rangle &= \\ &= \frac{\sqrt{2J+1}}{(2I_i+1)} \sum_{r,t,u} \langle i || E2 || r \rangle \langle r || E2 || t \rangle \langle t || E2 || u \rangle \langle u || E2 || i \rangle \times \\ &\quad \times \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ I_i & I_r & I_t \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ I_i & I_r & I_u \end{matrix} \right\} (-1)^{I_i - I_r} \end{aligned}$$

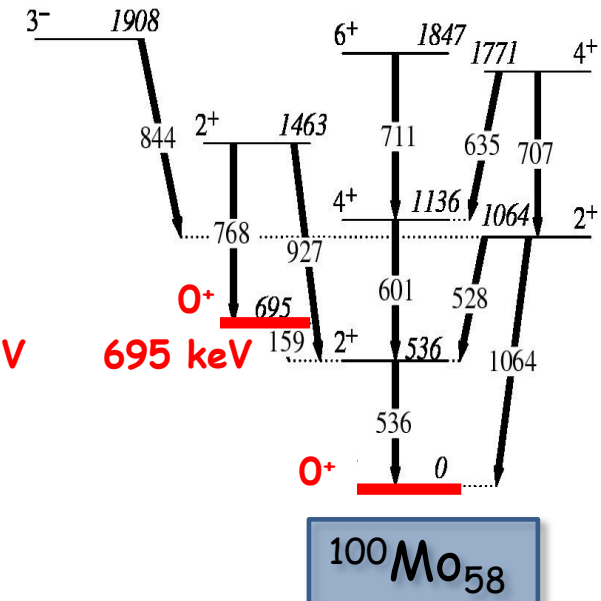
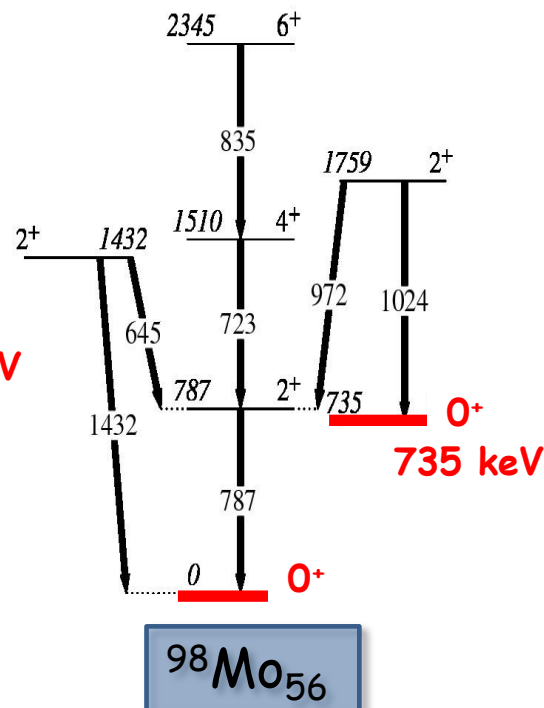
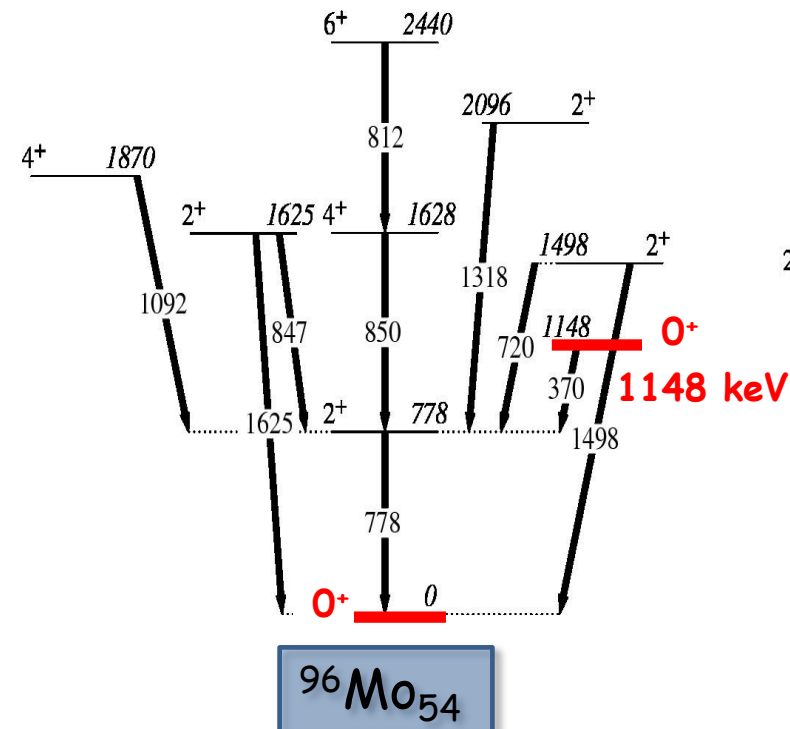
Zastosowanie metody reguł sum:



Koegzystencja kształtu w jądrach atomowych

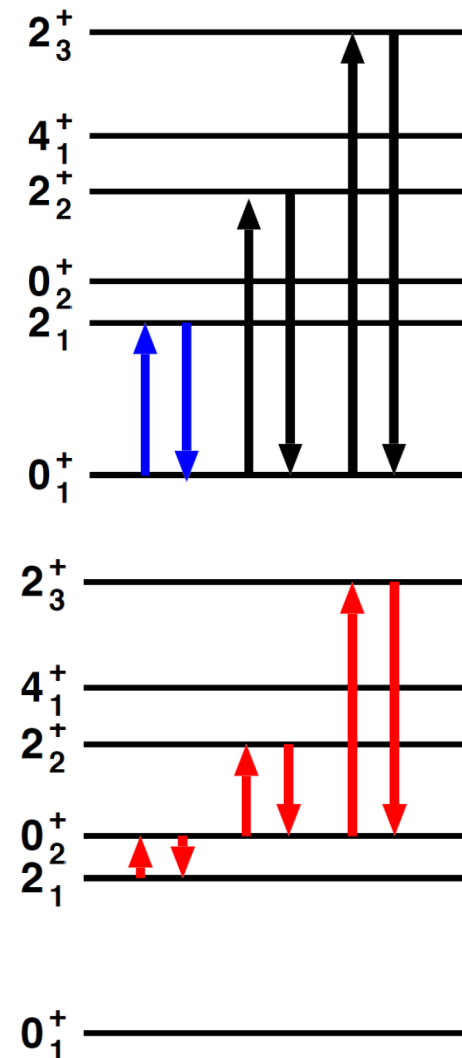
współistnienia różnych kształtów
jądra atomowego w stanach leżących
blisko siebie pod względem energii

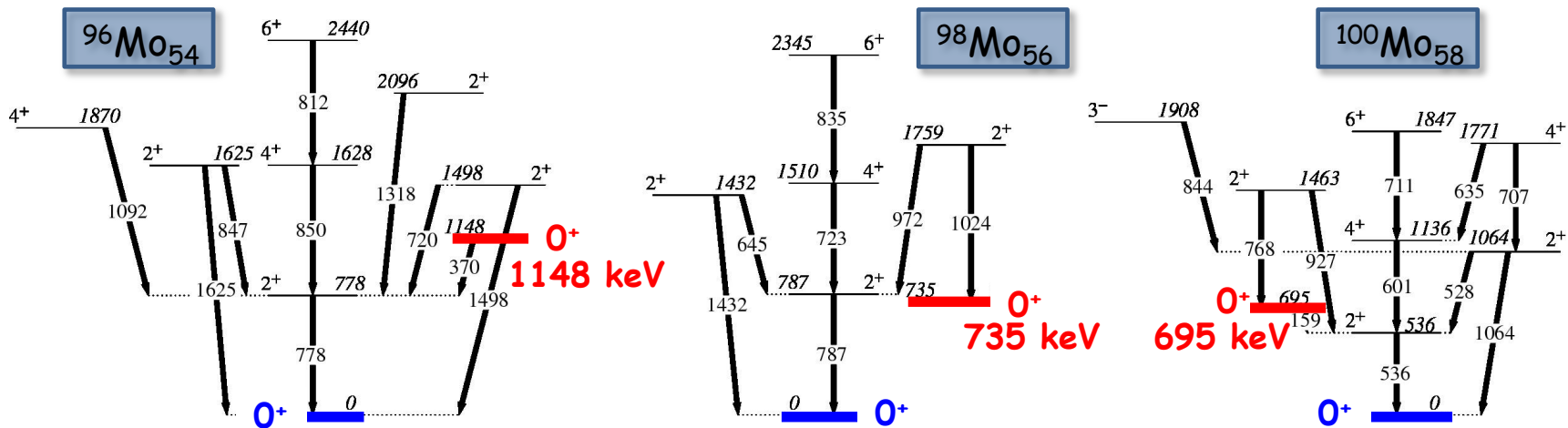
Z	94Ru 51.8 M s: 100.00%	95Ru 1.643 H s: 100.00%	96Ru STABLE 5.54%	97Ru 2.83 D s: 100.00%	98Ru STABLE 1.87%	99Ru STABLE 12.76%	100Ru STABLE 12.60%	101Ru STABLE 17.06%	102Ru STABLE 31.55%
	93Tc 2.75 H s: 100.00%	94Tc 293 M s: 100.00%	95Tc 20.0 H s: 100.00%	96Tc 4.28 D s: 100.00%	97Tc 4.21E+6 Y s: 100.00%	98Tc 4.2E+6 Y β: 100.00%	99Tc 2.111E+5 Y β: 100.00%	100Tc 15.46 S β: 100.00%	101Tc 14.02 M β: 100.00%
42	92Mo STABLE 14.53%	93Mo 4.0E+3 Y s: 100.00%	94Mo STABLE 9.15%	95Mo STABLE 15.84%	96Mo	97Mo STABLE 9.60%	98Mo	99Mo 65.976 H β: 100.00%	100Mo
	91Nb 6.8E+2 Y s: 100.00%	92Nb 3.47E+7 Y s: 100.00% β: < 0.05%	93Nb STABLE 100%	94Nb 2.03E+4 Y β: 100.00%	95Nb 34.991 D β: 100.00%	96Nb 23.35 H β: 100.00%	97Nb 72.1 M β: 100.00%	98Nb 2.86 S β: 100.00%	99Nb 15.0 S β: 100.00%
40	90Zr STABLE 51.45%	91Zr STABLE 11.22%	92Zr STABLE 17.15%	93Zr 1.61E+6 Y β: 100.00%	94Zr STABLE 17.38%	95Zr 64.032 D β: 100.00%	96Zr 2.35E+19 Y 2β: 2.30%	97Zr 16.749 H β: 100.00%	98Zr 30.7 S β: 100.00%
	N=50			52	54	56	58	N	



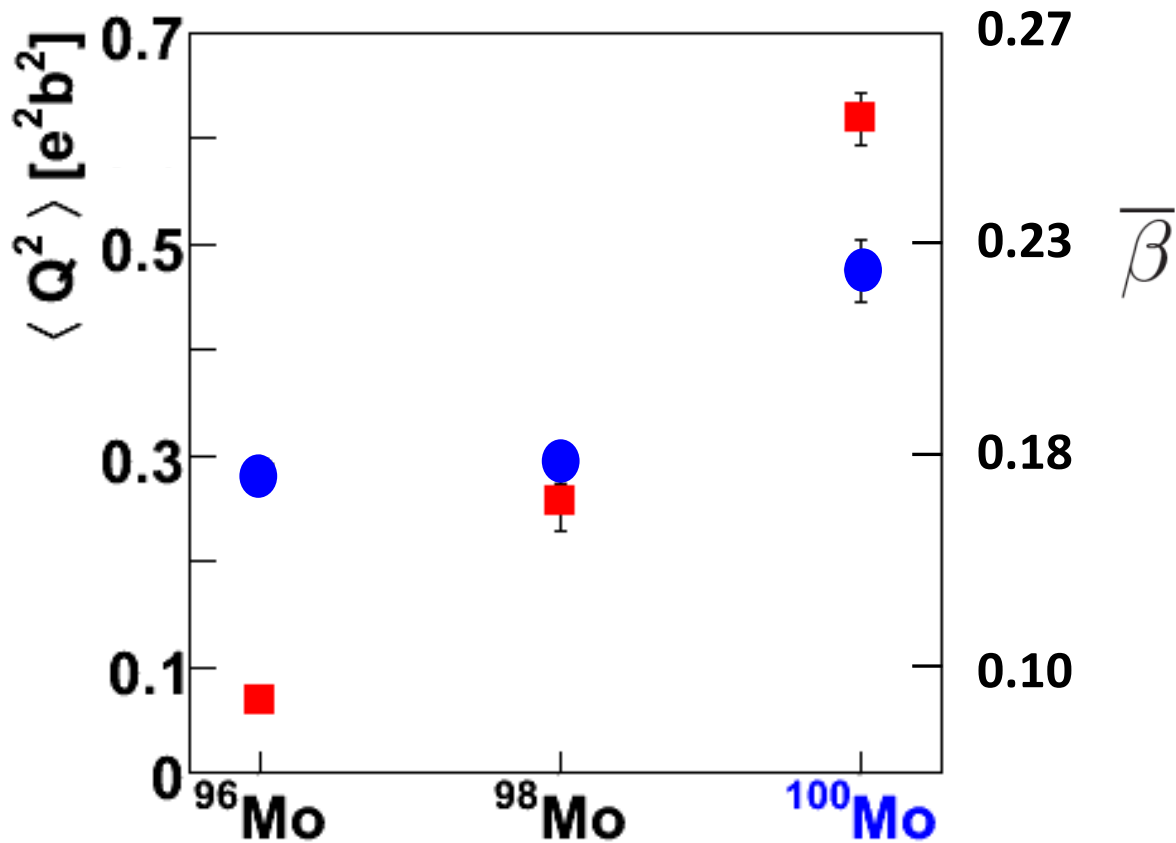
Determination of $\langle Q^2 \rangle$: example of ^{100}Mo

state	loop	contributions to $\langle Q^2 \rangle$ [e^2b^2]
0_1^+	$\langle 0_1^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 0_1^+ \rangle$	0.46
	$\langle 0_1^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 0_1^+ \rangle$	0.01
	$\langle 0_1^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_1^+ \rangle$	0.0002
	Total	0.48
0_2^+	$\langle 0_2^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 0_2^+ \rangle$	0.26
	$\langle 0_2^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 0_2^+ \rangle$	0.10
	$\langle 0_2^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_2^+ \rangle$	0.25
	Total	0.62



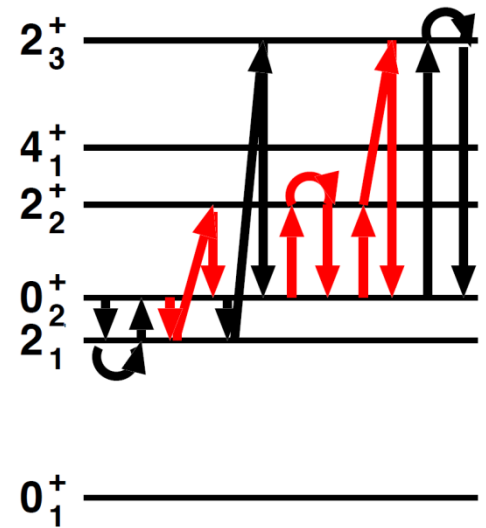
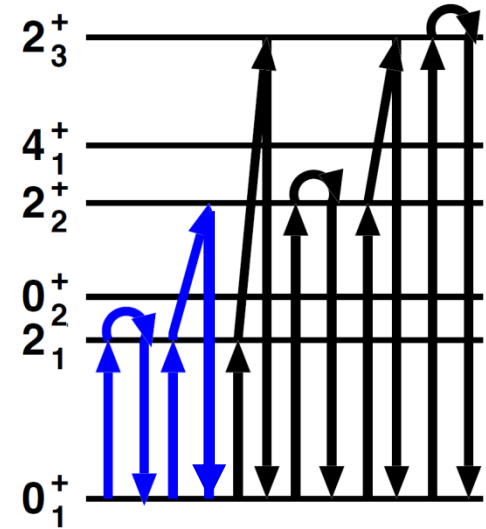


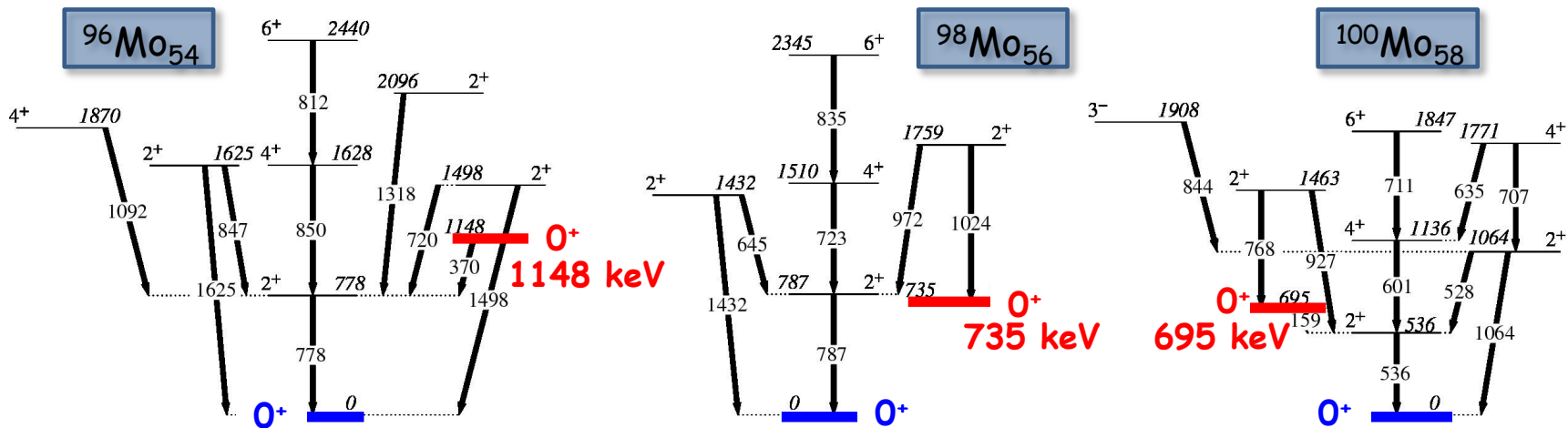
Odstępstwo od kształtu sferycznego



Determination of $\langle \cos(3\delta) \rangle$: example of ^{100}Mo

state	the component $E2 \times E2 \times E2$	contributions to $\langle Q^3 \cos 3\delta \rangle$
0_1^+	$\langle 0_1^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 0_1^+ \rangle$	-0.154
	$\langle 0_1^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 0_1^+ \rangle$	0.132
	$\langle 0_1^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_1^+ \rangle$	0.002
	$\langle 0_1^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 0_1^+ \rangle$	0.013
	$\langle 0_1^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_1^+ \rangle$	-0.001
	$\langle 0_1^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_1^+ \rangle$	-0.0001
	Total	-0.008
0_2^+	$\langle 0_2^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 0_2^+ E2 2_1^+ \rangle$	-0.09
	$\langle 0_2^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 0_2^+ \rangle$	-0.31
	$\langle 0_2^+ E2 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_2^+ \rangle$	-0.04
	$\langle 0_2^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 0_2^+ \rangle$	0.12
	$\langle 0_2^+ E2 2_2^+ \rangle \langle 2_2^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_2^+ \rangle$	-0.13
	$\langle 0_2^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 2_3^+ \rangle \langle 2_3^+ E2 0_2^+ \rangle$	-0.06
	Total	-0.51

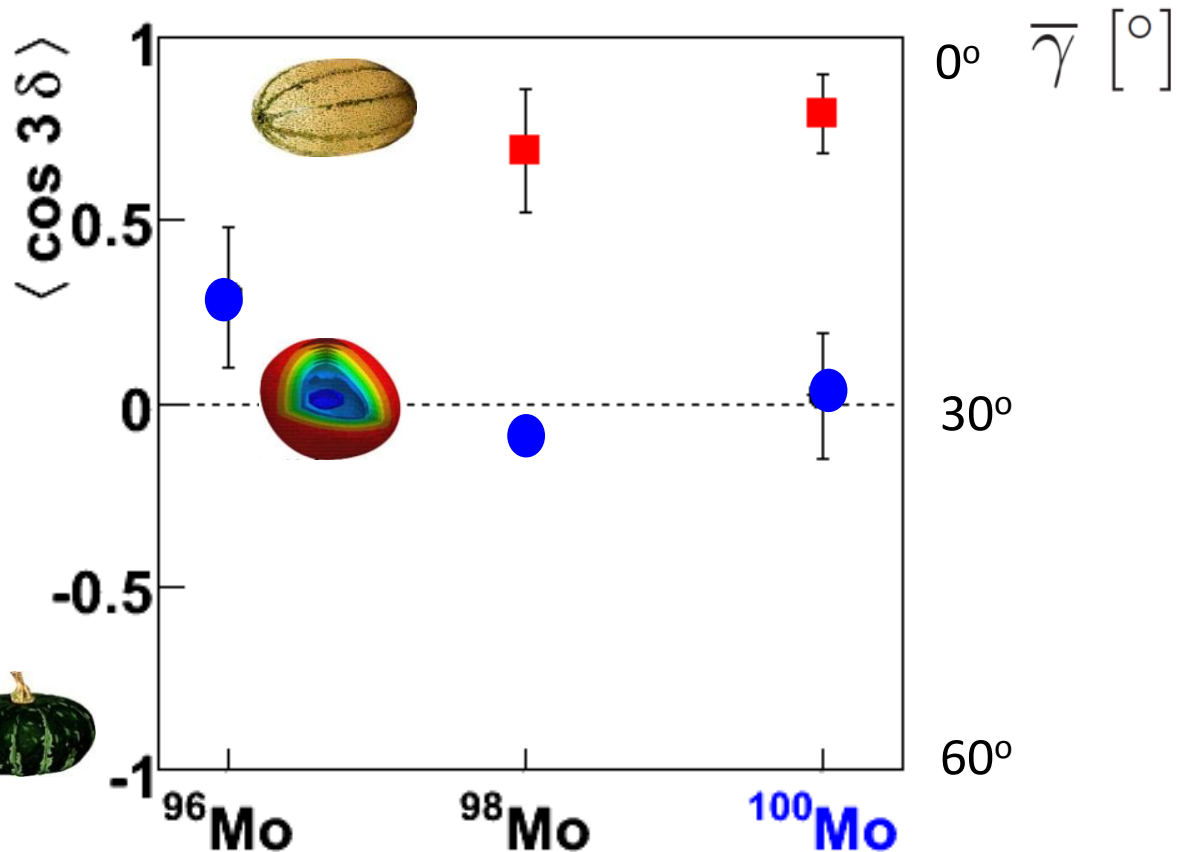




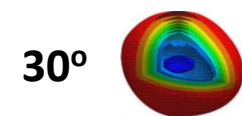
osiowosymetryczny
wydłużony

trójosiowość

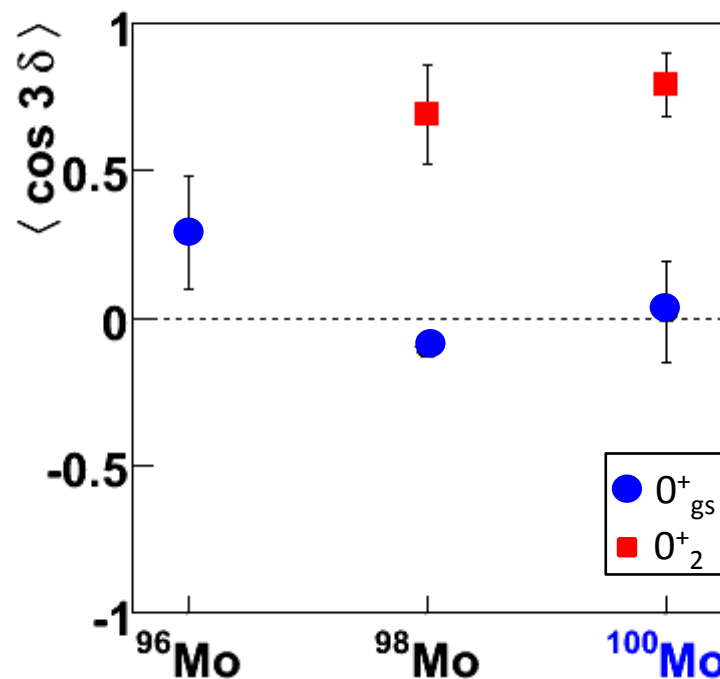
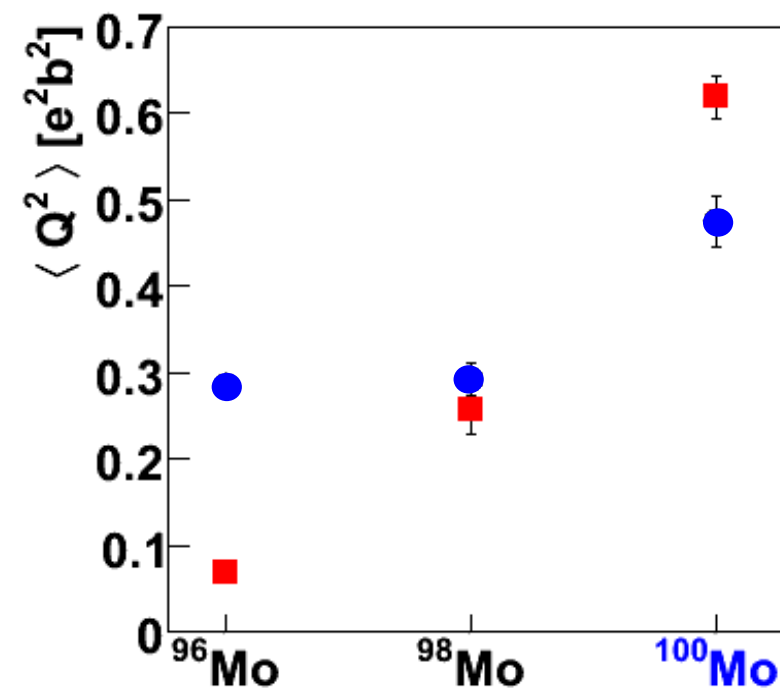
osiowosymetryczny
spłaszczony



$\bar{\gamma} [^\circ]$



60°

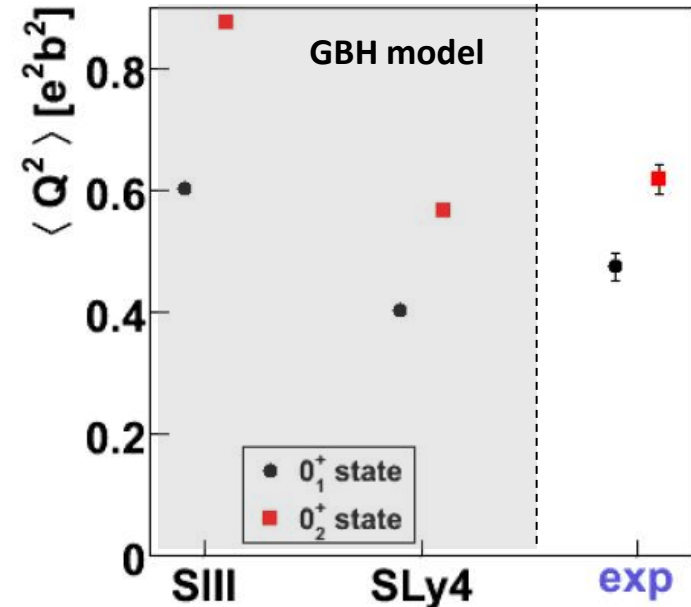


Przy zbliżonej wielkości odstępstwa od kształtu sferycznego występuje **współistnienie trójosiowego kształtu** jąder molibdenu $^{98,100}\text{Mo}$ w stanie podstawowym 0^+ z **wydłużonym** w stanie wzbudzonych 0^+ .

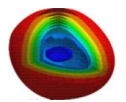
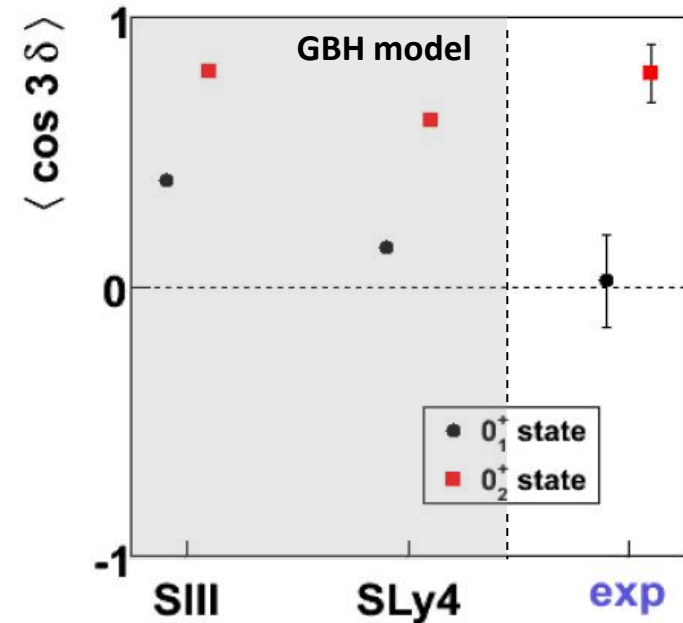
K. Wrzosek-Lipska et al., PRC 86 (2012), M. Zielińska et al., Nucl. Phys. A 712 (2002)

Uogólniony hamiltonian Bohra z różną parametryzacją oddziaływań Skyrme'a: SIII and SLy4 (L. Próchniak)

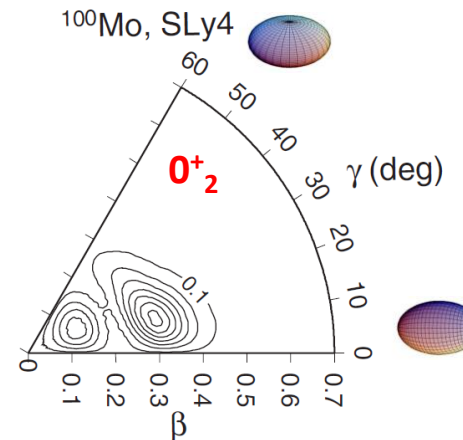
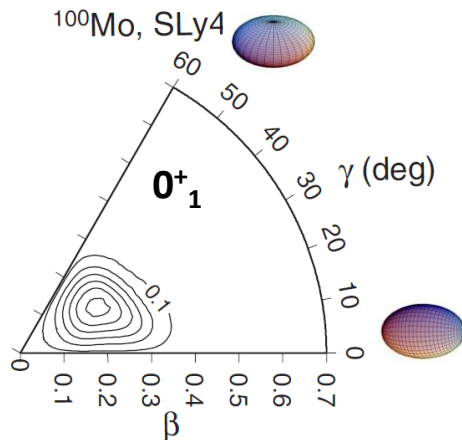
quadrupole overall deformation:



triaxiality:

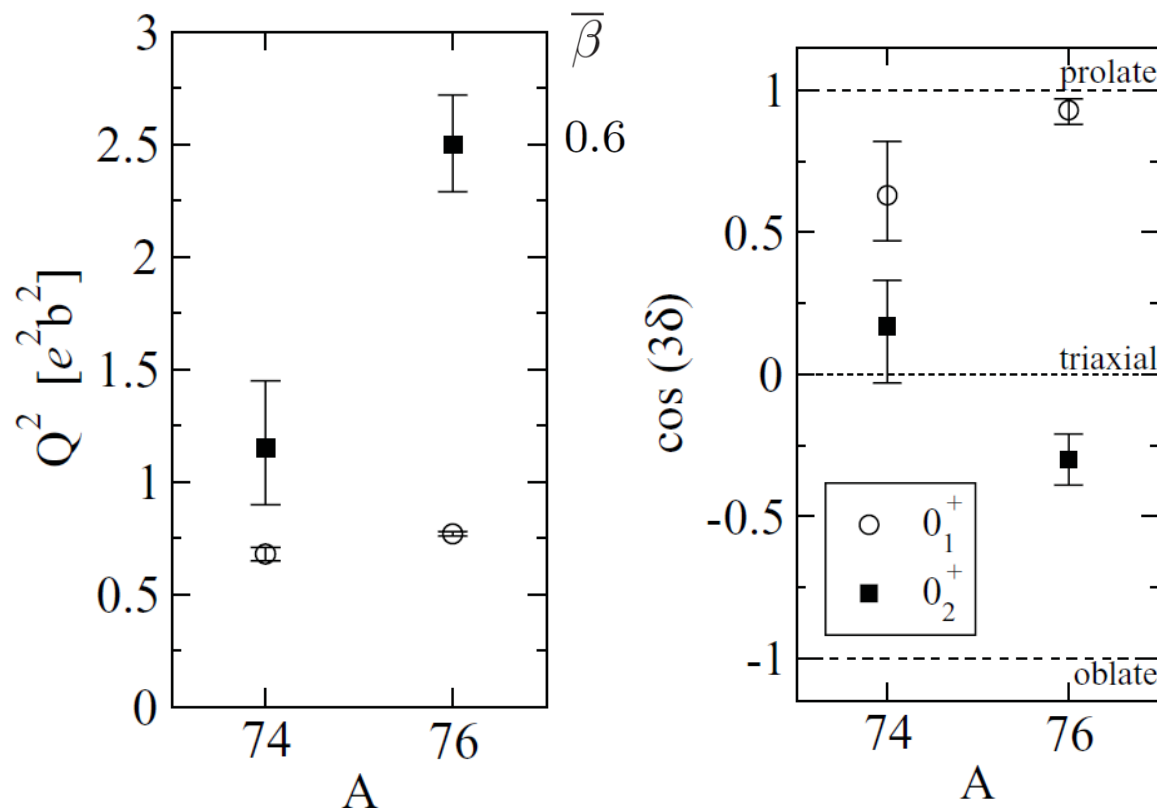


Rozkład gęstości
prawdopodobieństwa
dla stanów 0_1^+ i 0_2^+ :



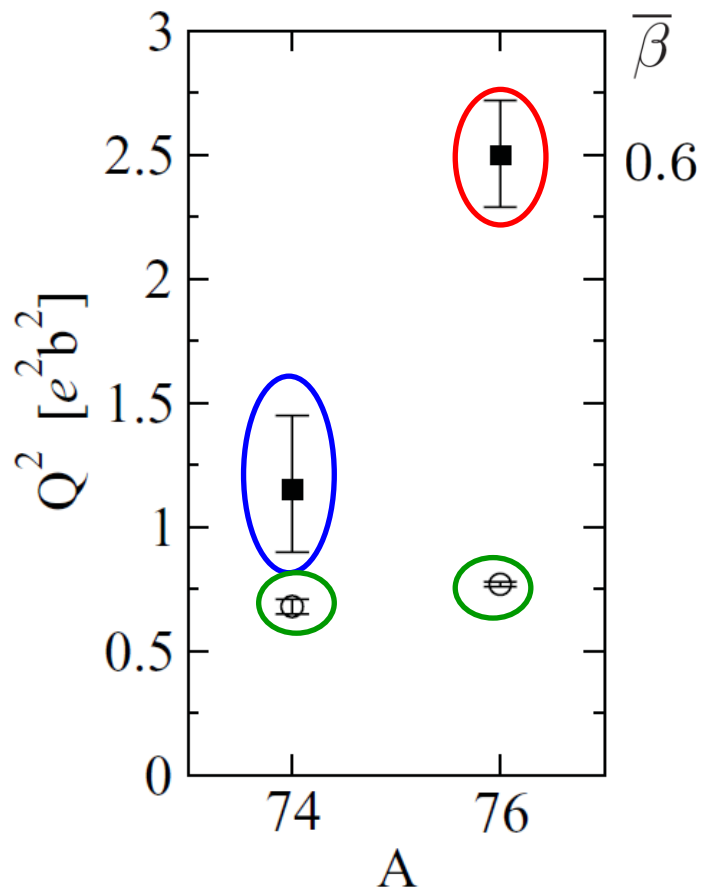
Deformacja jąder ^{74}Kr i ^{76}Kr w stanach 0^+

E. Clément et al.,
PRC 75, 054313 (2007)

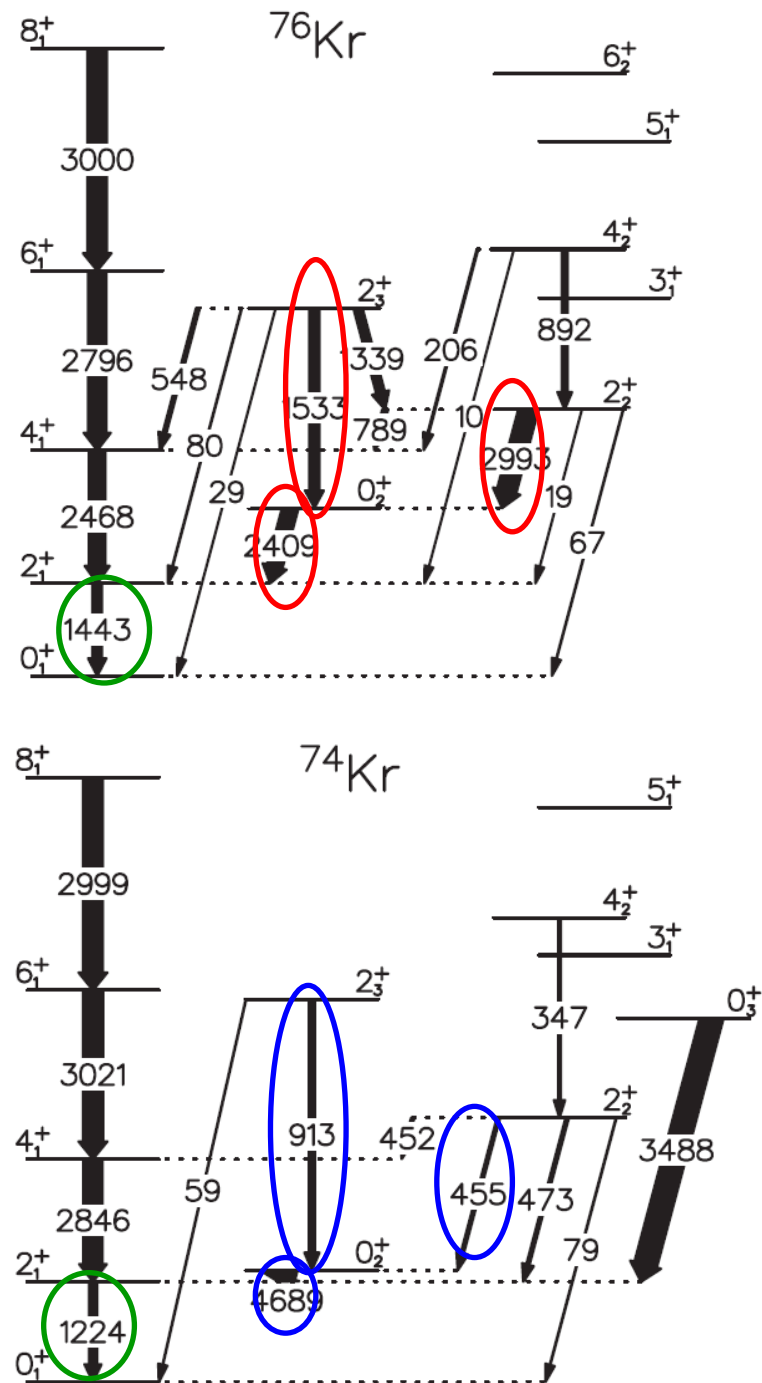


- Zbliżona całkowita deformacja kwadrupolowa jąder ^{74}Kr i ^{76}Kr w stanach 0_1^+ .
- Zdecydowanie większa deformacja jądra ^{76}Kr w stanie 0_2^+ .
- Jądro ^{76}Kr w stanie podstawowym 0_1^+ przyjmuje kształt symetryczny wydłużony, podczas gdy w stanie wzbudzonym 0_2^+ ma kształt trójosiowy spłaszczony.
- ^{74}Kr : maksymalna trójosiowość w stanie wzbudzonym 0_2^+ podczas gdy stan 0_1^+ przyjmuje kształt asymetryczny wydłużony.

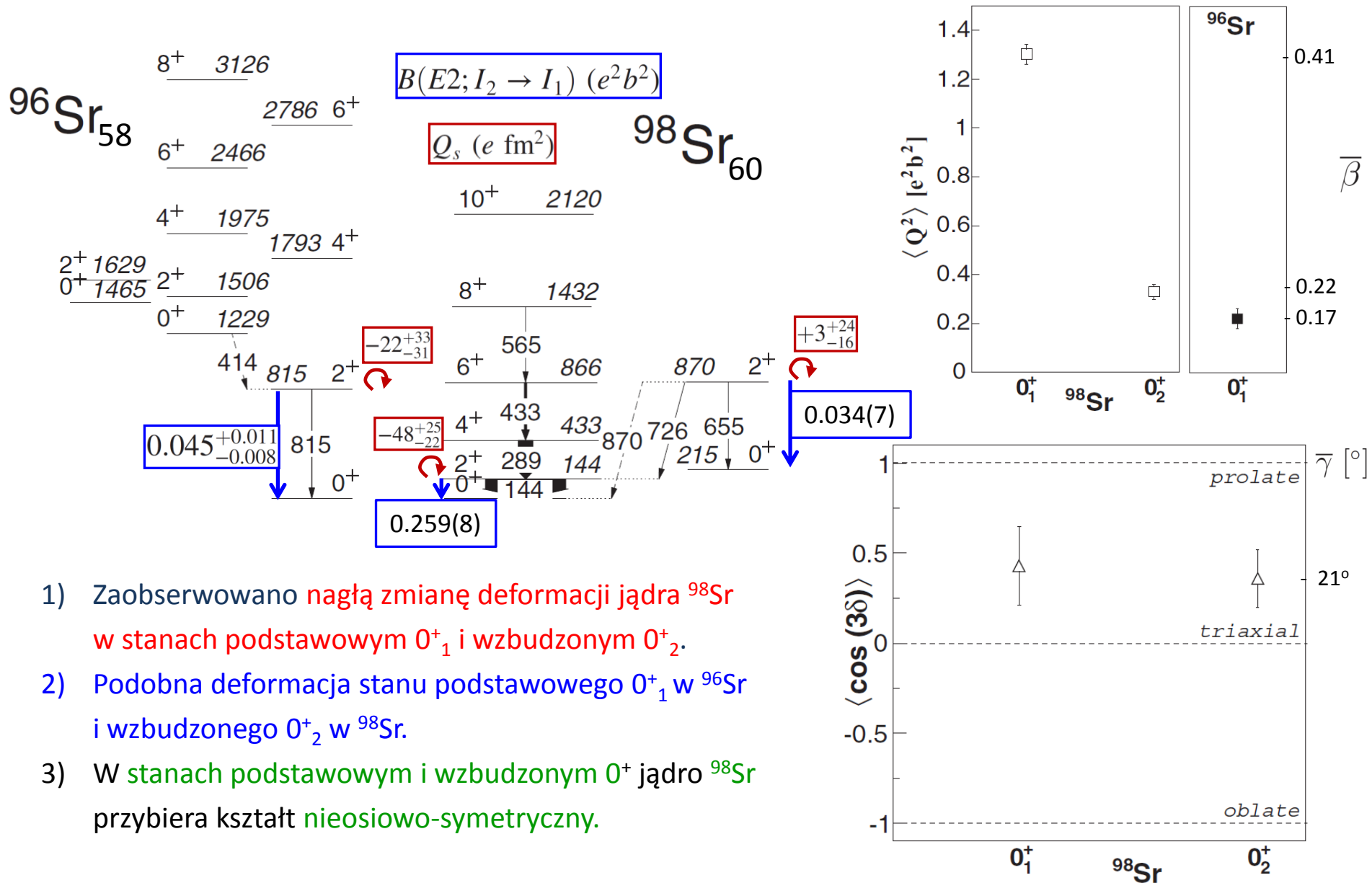
Skąd bierze się tak duża deformacja kwadrupolowa jądra ^{76}Kr w stanie 0_2^+ ?



Przejścia pomiędzy stanami wzbudzonymi w ^{74}Kr i ^{76}Kr są oznaczone strzałkami, których szerokość reprezentuje wyznaczone eksperymentalnie wartości przejść $BE2$.



Zmiana kształtu przy N=60: $^{96,98}\text{Sr}$

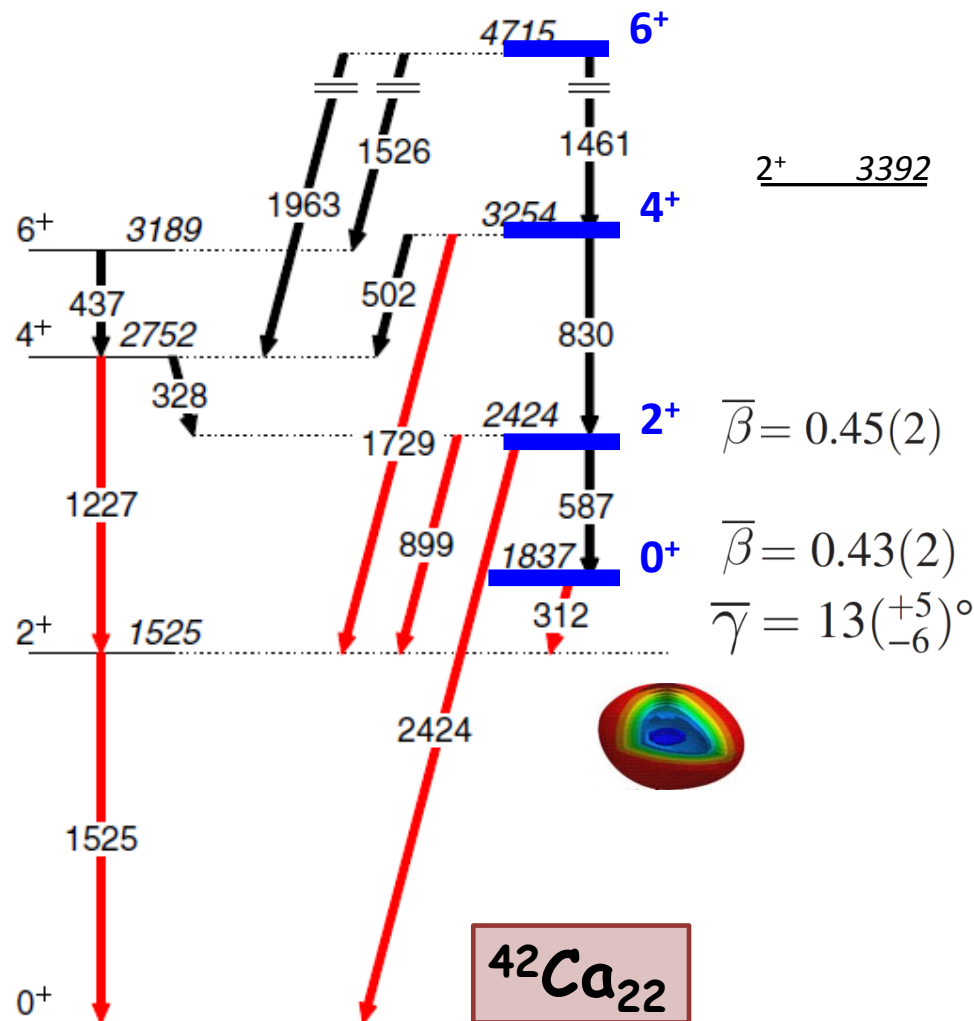


- 1) Zaobserwowano **nagłą** zmianę deformacji jądra ^{98}Sr w stanach podstawowym 0^+_1 i wzbudzonym 0^+_2 .
- 2) Podobna deformacja stanu podstawowego 0^+_1 w ^{96}Sr i wzbudzonego 0^+_2 w ^{98}Sr .
- 3) W stanach podstawowym i wzbudzonym 0^+ jądro ^{98}Sr przybiera kształt **nieosiowo-symetryczny**.

Superdeformacja pół-magicznego jądra ^{42}Ca

K. Hadyńska-Klęk, praca doktorska
 ŚLCJ, WF IFD Uniwersytet Warszawski
 PRL 117, 062501 (2016)
 PRC 97, 024326 (2018)

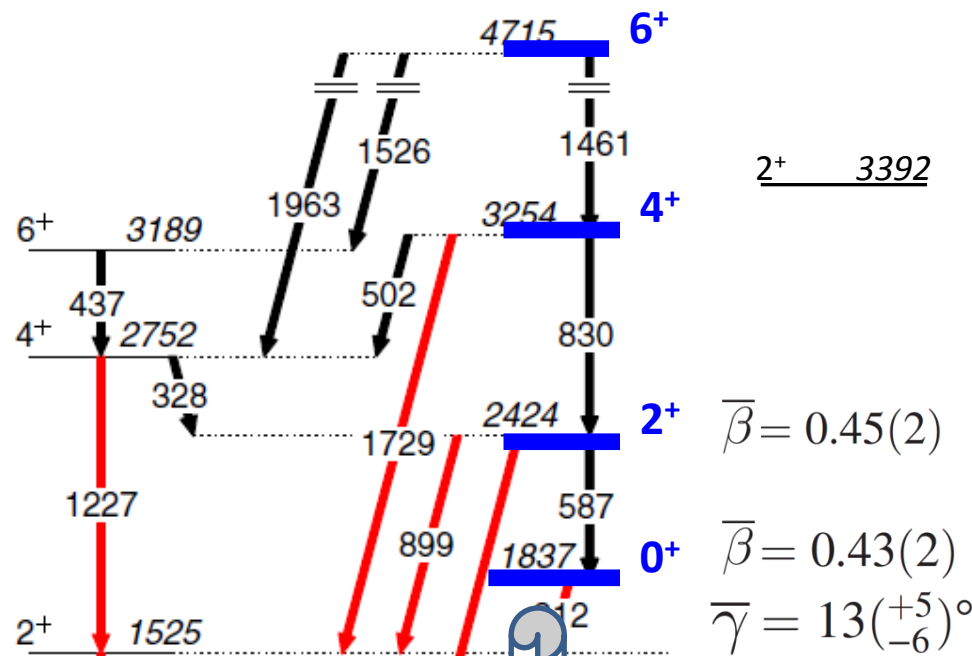
Z	40Ti 52.4 MS $t_{1/2}$: 97.50%	41Ti 81.9 MS $t_{1/2}$: 100.00%	42Ti 208.65 MS $t_{1/2}$: 100.00%	43Ti 509 MS $t_{1/2}$: 100.00%	44Ti 60.0 Y $t_{1/2}$: 100.00%	45Ti 184.8 M $t_{1/2}$: 100.00%	46Ti STABLE 8.25%	47Ti STABLE 7.44%	48Ti STABLE 73.72%
21	39Sc <300 NS P: 100.00%	40Sc 182.3 MS $t_{1/2}$: 100.00%	41Sc 596.3 MS $t_{1/2}$: 100.00%	42Sc 680.70 MS $t_{1/2}$: 100.00%	43Sc 3.891 H $t_{1/2}$: 100.00%	44Sc 3.97 H $t_{1/2}$: 100.00%	45Sc STABLE 100%	46Sc 83.79 D β^- : 100.00%	47Sc 3.3492 D β^- : 100.00%
Z=20	39Ca 859.6 MS $t_{1/2}$: 100.00%	40Ca >3.0E+21 Y 96.94% $t_{1/2}$: 100.00%	41Ca 9.94E+10 Y 9.94% $t_{1/2}$: 100.00%	42Ca STABLE 9.5%	43Ca STABLE 1.5%	44Ca STABLE 2.09%	45Ca 162.61 D β^- : 100.00%	46Ca 162.61 D β^- : 100.00%	48Ca >0.28E+16 Y 0.004% 2 β^-
19	37K 1.226 S $t_{1/2}$: 100.00%	38K 7.636 M $t_{1/2}$: 100.00%	39K STABLE 93.2581%	40K 1.248E+9 Y 0.0117% β^- : 89.28% $t_{1/2}$: 10.72%	41K STABLE 6.7302%	42K 12.355 H β^- : 100.00%	43K 22.3 H β^- : 100.00%	44K 22.13 M β^- : 100.00%	45K 17.81 M β^- : 100.00%
18	36Ar STABLE 0.3336%	37Ar 35.04 D $t_{1/2}$: 100.00%	38Ar STABLE 0.0629%	39Ar 269 Y β^- : 100.00%	40Ar STABLE 99.6035%	41Ar 109.61 M β^- : 100.00%	42Ar 32.9 Y β^- : 100.00%	43Ar 5.37 M β^- : 100.00%	44Ar 11.87 M β^- : 100.00%
	18	20	22	24	N				



Superdeformacja pół-magicznego jądra ^{42}Ca

K. Hadyńska-Klęk, praca doktorska
 ŚLCJ, WF IFD Uniwersytet Warszawski
 PRL 117, 062501 (2016)
 PRC 97, 024326 (2018)

Z	40Ti 52.4 MS $t_{1/2}$: 97.50%	41Ti 81.9 MS $t_{1/2}$: 100.00%	42Ti 208.65 MS $t_{1/2}$: 100.00%	43Ti 509 MS $t_{1/2}$: 100.00%	44Ti 60.0 Y $t_{1/2}$: 100.00%	45Ti 184.8 M $t_{1/2}$: 100.00%	46Ti STABLE 8.25%	47Ti STABLE 7.44%	48Ti STABLE 73.72%
21	39Sc <300 NS P: 100.00%	40Sc 182.3 MS $t_{1/2}$: 100.00%	41Sc 596.3 MS $t_{1/2}$: 100.00%	42Sc 680.70 MS $t_{1/2}$: 100.00%	43Sc 3.891 H $t_{1/2}$: 100.00%	44Sc 3.97 H $t_{1/2}$: 100.00%	45Sc STABLE 100%	46Sc 83.79 D β^- : 100.00%	47Sc 3.3492 D β^- : 100.00%
Z=20	39Ca 859.6 MS $t_{1/2}$: 100.00%	40Ca >3.0E+21 Y 96.94% $t_{1/2}$: 100.00%	41Ca 9.94E+21 Y 9.94% $t_{1/2}$: 100.00%	42Ca STABLE 9.94% $t_{1/2}$: 100.00%	43Ca STABLE 2.09% $t_{1/2}$: 100.00%	44Ca STABLE 2.09% $t_{1/2}$: 100.00%	45Ca 162.61 D β^- : 100.00%	46Ca 162.61 D β^- : 100.00%	48Ca >0.28E+16 Y 0.004% $t_{1/2}$: 100.00%
19	37K 1.226 S $t_{1/2}$: 100.00%	38K 7.636 M $t_{1/2}$: 100.00%	39K STABLE 93.2581%	40K 1.248E+9 Y 0.0117% β^- : 89.28% $t_{1/2}$: 10.72%	41K STABLE 6.7302%	42K 12.355 H β^- : 100.00%	43K 22.3 H β^- : 100.00%	44K 22.13 M β^- : 100.00%	45K 17.81 M β^- : 100.00%
18	36Ar STABLE 0.3336%	37Ar 35.04 D $t_{1/2}$: 100.00%	38Ar STABLE 0.0029%	39Ar 269 Y $t_{1/2}$: 100.00%	40Ar STABLE 99.6035%	41Ar 109.61 M β^- : 100.00%	42Ar 32.9 Y β^- : 100.00%	43Ar 5.37 M β^- : 100.00%	44Ar 11.87 M β^- : 100.00%
	18	20	22	24	N				



technique. The triaxiality parameter $\langle \cos(3\delta) \rangle$ measured for the 0_2^+ state provides the first experimental evidence for nonaxial character of SD bands in the $A \sim 40$ mass region.

K. Hadyńska-Klęk et al., PRL 117, 062501 (2016)

0^+

Ca22